УДК 51

Бугай Н. Р.

студент факультет «Физико-математический»

Воронежский государственный педагогический университет,

г.Воронеж,

Маришина А. А.

студент факультет «Физико-математический»

Воронежский государственный педагогический университет,

г.Воронеж,

учитель математики МБОУ СОШ №47

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Аннотация. Излагается авторское видение современных проблем развития математического анализа.

Ключевые слова: отображения соболевских классов; комплексный анализ; матричное дифференциальное исчисление; кривизна математического скалярного поля.

Bugai N. R.

student, faculty of Physics and mathematics»

Voronezh state pedagogical University, Voronezh,

Marishina A. A.

student, faculty of Physics and mathematics»

Voronezh state pedagogical University, Voronezh,

math teacher MBOU SOSh № 47

MODERN PROBLEMS OF DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL ANALYSIS

Abstract. The paper deals with the author vision on modern problems of development of mathematical analysis.

Keywords: mappings of Sobolev classes; complex analysis; matrix differential calculus; curvature of mathematical scalar field.

Квазиконформный анализ

Ещё в советское время учёные Института математики СО АН СССР, развивая квазиконформный анализ, основательно освоились в многомерном арифметическом пространстве Rn. Его развитие в российский период вообще сравнимо с выходом человека в космос. По примеру своих западных коллег учёные школы академика Ю.Г. Решетняка вышли из уже освоенного пространства Rn в пространство метрическое. На это указывают работы С.К. Водопьянова и его учеников. Более того, само направление теперь носит название геометрический анализ на метрических структурах. Его услугами вполне может пользоваться Лаборатория геометрической теории управления ИМ СО РАН, так что направление обеспечило себе достойные приложения. Необходимые результаты по метрической геометрии поверхностей разрабатывают А.П. Копылов, В.А. Александров и М.В. Коробков. На это направление ориентируются и другие сибирские математики. Топологическую архитектуру границ открытых множеств в Rn исследует сургутский математик А.П. Кармазин. Тюменский математик Т.Г. Латфуллин изучает квазиизометрии.

Пытаясь сотрудничать с этим направлением, автор ещё в советское время развил понятие многомерного градиента, в результате чего основополагающее неравенство q-квазиконформности отображения f(x)=[f1(x),f2(x),…,fn(x)] приняло вид

(∑k||gradn-1Fk(x)||2)n/2 ≤ (n1/2 q)n|gradf(x)|n-1,

где Fk(x) — вектор размерности n-1, полученный из вектора f(x) выбрасыванием координатной функции fk(x), k=1,2,…,n. В российский период автор установил связь квазиконформного анализа с теорией устойчивости систем линейных алгебраических уравнений из монографии С.К. Годунова [1]. Развивая понятие кривизны скалярного поля, автор вышел на его приложения в квазиконформном анализе через второй дифференциал. Автор переориентировал также квазиконформный анализ с отображений на векторные поля [7].

Пространственные отображения соболевских классов

Это направление является преемником школы Лаврентьева-Белинского в Институте математики СО АН СССР. В настоящее время его возглавляют А.В. Сычёв и В.В. Асеев. Его сибирская география включает города Омск, Томск, Тюмень. Направление использует интегрально-геометрический метод (устаревшее название — метод модулей). Этот метод позволяет изучать отображения, квазиконформные в среднем, отображения с ограниченным в среднем искажением, отображения с ограниченным потенциалом градиента. Во времена сотрудничества с этим направлением автор установил, что для соболевских гомеоморфизмов квазиконформность в среднем и ограниченность интеграла Дирихле являются взаимно-обратными понятиями. В анизотропном соболевском классе отображений решил обратную задачу дифференцирования для автоморфизма n-мерного куба. На взгляд автора, ещё не исчерпаны возможности интегрально-геометрического метода. Например, с его помощью автор дал новое толкование непрерывности по Гёльдеру пространственного гомеоморфизма и вышел на понятие непрерывности по Кудрявцеву [5].

Комплексный анализ

Ещё в советское время мечтой томских математиков школы П.П. Куфарева было решение проблемы Бибербаха. Первым из математиков эту мечту реализовал франко-американский математик Луи де Бранж. Затем его успех повторил И.А. Александров. В российский период томские математики воссоздали полную картину выхода отечественных и зарубежных математиков к намеченной цели. Для автора сияющей высотой комплексного анализа был выход на понятие послешварцевой производной

$f''''/f' - 9(f''/f')3 - 8f'''f''/(f')2$.

Как и производная Шварца, она нашла применение в дифференциальной геометрии плоских кривых [6]. У томских математиков есть своя богатая история исследования кривизны линий уровня, о чём свидетельствует недавняя статья С.А. Копанева [2]. Автор предлагает перейти к рассмотрению второй кривизны линий уровня по примеру статьи [7].

Матричное дифференциальное исчисление

Названное направление уже нашло эффектное применение в статистике и эконометрике [3]. Основой его развития в Сибирском регионе служит книга академика С.К. Годунова [1]. Полученные на её основе результаты могут найти применение в вычислительной математике и в теории погрешностей векторных полей, которые в настоящее время основаны на конечно-разностных методах линейной алгебры, но не на полноценном матричном дифференциальном исчислении. Автор уже получил некоторые первоначальные результаты в матричном дифференциальном исчислении. Например, конечно-разностное неравенство для обусловленности определителя detA(x) [1,с.150] приняло вид

$$|\mathrm{grad}\ \det A(x)|/|\det A(x)| \le n\ \mathrm{cond}A(x)\|\ln\ \mathrm{grad}A(x)\|.$$

Использованные источники

1. Годунов С.К. Современные аспекты линейной алгебры. Новосибирск: Научная книга, 1997. — 389 с.

2. Копанев С.А. Заметка о кривизне линии уровня относительно конформного отображения // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. — 2013. — № 3. — С. 34—36.

3. Магнус Я.Р., Нейдеккер Х. Матричное дифференциальное исчисление с приложениями к статистике и эконометрике. Пер. с англ. / Под ред. С.А. Айвазяна. М.: Физматлит, 2002. — 496 с.

4. Пешкичев Ю.А. Анизотропные соболевские классы в теории отображений// Сибирский математический журнал. — 1993. — Т. 34. — № 1. — С. 121—124.

5. Пешкичев Ю.А. Непрерывность по Кудрявцеву квазиконформных отображений //Известия вузов. Математика. — 2001. — № 9(472). — С. 48—50.

6. Пешкичев Ю.А. Геометрические аспекты введения понятия послешварцевой производной в комплексном анализе // Новый университет. Серия «Вопросы естественных наук». — 2011. — № 2. — С. 6—9.

7. Пешкичев Ю.А. Прикладные аспекты теории математического матричного поля // Теоретические и практические аспекты естественных и математических наук. Материалы международной заочной научно-практической конференции. Новосибирск: СибАК. 2012. — С. 7—11. 2013.