

УДК 004.4

**О ВОЗМОЖНОСТЯХ ПРИМЕНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО  
ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ К РЕШЕНИЮ  
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ**

**@ 2023 К.И. Быкова** - доцент кафедры информатики,  
информационных технологий и цифрового образования, **Е.А.  
Евсюкова** - студент

*Воронежский государственный педагогический Университет  
Российская Федерация, 394043, г. Воронеж, ул. Ленина, д.86.*

**ABOUT THE POSSIBILITIES OF APPLYING MATHEMATICAL  
SOFTWARE FOR THE SOLUTION  
TRIGONOMETRIC EQUATIONS AND INEQUALITIES**

**@ 2023 K.I. Bykova** - Associate Professor of the Department of  
Informatics, Information Technology and Digital Education, **E.A. Evsyukova** -  
student

*Voronezh State Pedagogical University 86 Lenin Street, Voronezh,  
394043, Russian Federation.*

**Аннотация**

*Тригонометрические уравнения и неравенства — один из  
сложнейших разделов школьного курса математики. При изучении этого  
курса школьники и учителя, как правило, сталкиваются с  
многочисленными вопросами и трудностями. В данной работе была  
рассмотрена часть затруднений, с которыми сталкиваются  
обучающиеся часто в процессе изучения тригонометрического  
материала, а также — возможности применения математического  
программного обеспечения к решению тригонометрических уравнений и  
неравенств.*

**Ключевые слова:** *тригонометрические уравнения и неравенства,  
электронные образовательные ресурсы, электронные средства обучения.*

Annotation Trigonometric equations and inequalities are one of the most  
difficult sections of the school mathematics course. When studying this course,  
students and teachers, as a rule, face numerous questions and difficulties. In this  
paper, we considered some of the difficulties that students often face in the  
process of studying trigonometric material, as well as the possibility of using  
mathematical software to solve trigonometric equations and inequalities.

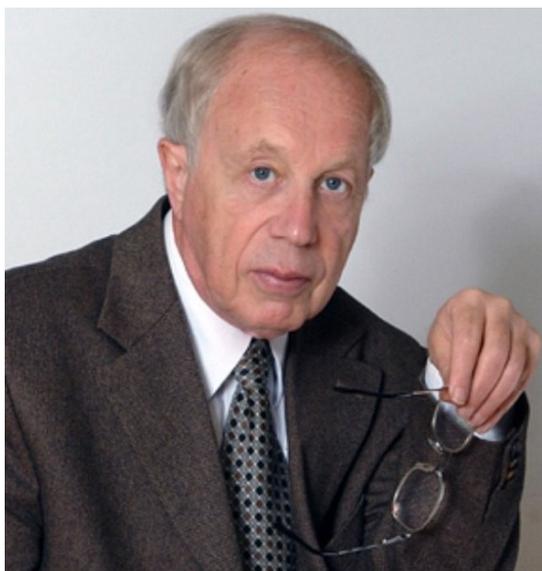
Keywords: trigonometric equations and inequalities, electronic  
educational resources, electronic learning tools.

Раздел, посвященный тригонометрическим уравнениям и неравенствам, является одним из важнейших разделов в школьном курсе математики. Важность данных тем рассматривается, во-первых, с точки зрения содержания учебного материала и, во-вторых, с точки зрения методов учебно-познавательной деятельности. Все эти методы могут и должны формироваться в ходе их изучения и применяться для решения большого количества задач теоретического характера и прикладной характер.

В современном обществе каждый человек может стать успешным. Успешность во многом определяется системой образования, так как образование является одним из оптимальных и интенсивных способов интеграции человека в пространство культуры и науки. Только обучаясь человек осваивает духовные, социальные, нравственные ценности. Образование определяет экономический рост стран, развитие гражданской сознательности, повышения уровня и качества человеческих ресурсов. Модернизация системы образования напрямую связана с развитием экономики. Поэтому успешная личность, умеющая адаптироваться в меняющихся жизненных условиях, умеющая мыслить критически, формулировать инновационные идеи и исполнять их, владеющая навыками самостоятельной работы и оценивания – это одна из целей образования.

На данный момент развивающая функция обучения стала приоритетной в школьном образовании. То есть первой задачей является формирование интеллектуально развитой личности в процессе учебно-познавательной деятельности. И, несомненно, математика - один из главных предметов школьного курса, который помогает в воспитании мыслящего человека.

Особенно много проблем как у учащихся, так и учителей математики, возникает в период изучения тригонометрического материала. Вместе с тем, именно тригонометрический материал имеет большую практическую направленность, что требует от учащихся прочного овладения основными понятиями, умения выполнять различного рода преобразования тригонометрических выражений, исследовать тригонометрические функции, строить их графики.



**Рис. 1.** Александр Григорьевич Мордкович

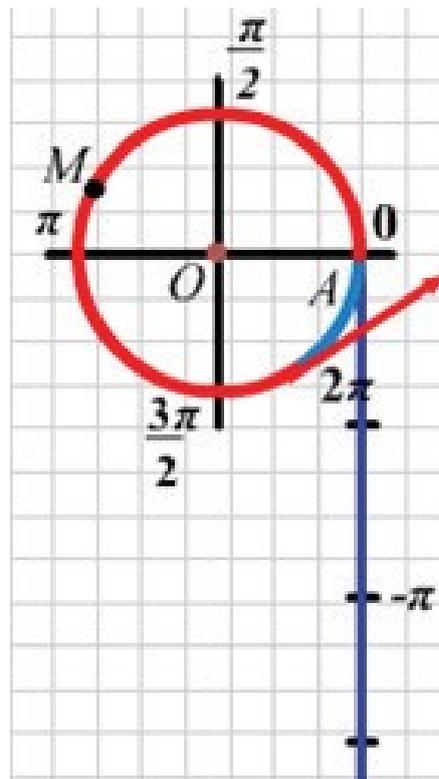
А. Г. Мордкович (рис.1) в своей статье «Методические проблемы изучения тригонометрии в общеобразовательной школе» [4] сформулировал три основных тезиса, которыми следует руководствоваться при организации изучения тригонометрического материала в школе:

1. Основное внимание уделить на этап изучения материала модели «числовая окружность на координатной плоскости».

2. Времени на изучение в школе собственно тригонометрических уравнений практически не остаётся, потому что непреодолимые трудности у учащихся возникают уже на этапе формирования умений осуществлять тождественные преобразования тригонометрических выражений.

3. Тригонометрическими формулами целесообразно заниматься только после того, как учащийся овладеет двумя «китами», на которых базируется все изучение тригонометрического материала: числовой окружностью и простейшими тригонометрическими уравнениями.

Одна из первых трудностей, с которой сталкиваются многие учащиеся при изучении тригонометрического материала — глубокое осознание факта соответствия каждому действительному числу точки числовой окружности. Возможности современных электронных средств обучения позволяют сочетать различные представления математических объектов, исследовать связь между ними, определять свойства отдельно взятых математических объектов с помощью их моделей.



**Рис. 2.** ЭОР «Числовая окружность в координатной плоскости»

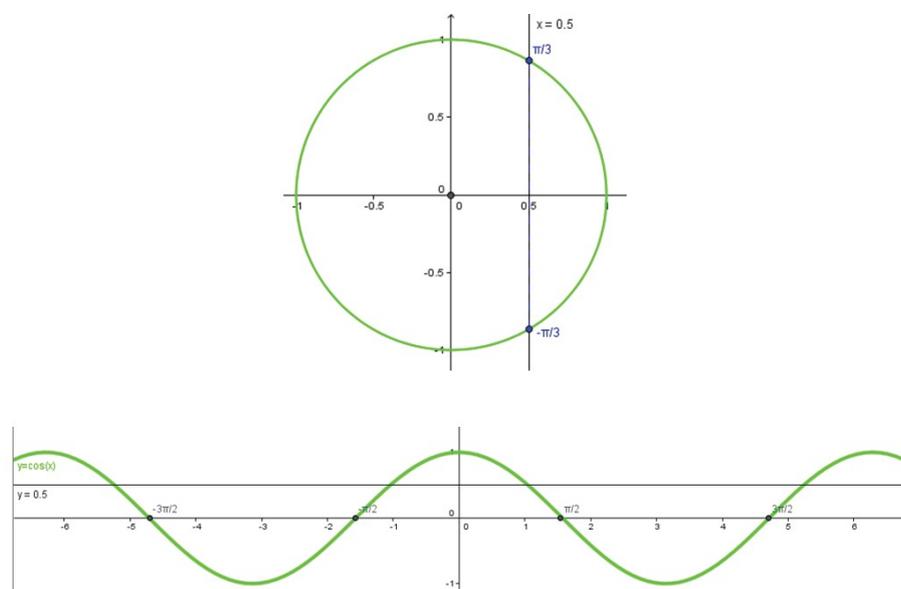
Рассмотрим, в какой мере указанные выше затруднения помогает преодолеть применение электронного образовательного ресурса (далее ЭОР) «Числовая окружность в координатной плоскости. И1» (рис. 2) [5]. Данный ресурс знакомит учащихся с «числовой окружностью», свойствами точек, дает возможность учащимся находить положение точки, соответствующей заданному числу и наоборот, определять число, соответствующее данной точке числовой окружности. В данном ресурсе представлена анимированная модель, демонстрирующая «наматывание» числовой прямой на числовую окружность [3].

Недооценка важности методической проработки изучения самого понятия «числовая окружность», как правило, приводит к возникновению существенных затруднений у учащихся. Числовая окружность, тригонометрический круг — это универсальные «помощники» учащихся и учителей математики не только на первых этапах изучения тригонометрических функций (при определении точек на числовой окружности, определении их декартовых координат), но и в дальнейшем в практике решения тригонометрических уравнений и неравенств.

Современные электронные средства обучения, направленные на использование в процессе освоения тригонометрического материала,

содержат в себе графические представления математических объектов. Наиболее важным свойством этих средств обучения следует признать свойство **динамичности** преставлений математических объектов, они могут изменяться с изменением задаваемых параметров, регулируемых учащимися. Таким образом, применение современных электронных средств обучения позволяют учащимся самостоятельно выявлять различные закономерности, что способствует, в частности созданию более прочных связей между ранее изученным материалом и новыми для учащихся знаниями, умениями, компетенциями. Кроме того могут быть созданы благоприятные условия для реализации системно-деятельностного подхода, позволяющего обеспечить высокую степень самостоятельности при изучении математического материала, «открытии» новых математических фактов.

На начальном этапе обучения решению простейших тригонометрических уравнений учащиеся, прежде всего, опираются на графический способ их решения. При этом не следует ограничиваться только работой с единичной окружностью, нужно использовать и график тригонометрической функции. Рассмотрим, например графические интерпретации решения уравнения  $\cos x = 12$  (рис. 3)



**Рис. 3.** Графический способ решения уравнения  $\cos x = 12$

Содержанием лабораторной работы по математике, выполняемой в компьютерном классе, может быть решение учащимися простейших тригонометрических уравнений, таких как  $\cos x = 1$ ,  $\cos x = -1$ ,  $\cos x = 0$ ,  $\cos x = 22$  и др. Исследование уже выполненных решений

простейших тригонометрических уравнений с применением графического способа создает благоприятные условия для того, чтобы учащиеся смогли самостоятельно вывести общую формулу записи ответа того или иного простейшего тригонометрического уравнения.

Помимо важности формирования графических представлений изучаемых тригонометрических функций, не менее существенно раскрытие перед учащимися связей между аналитическими и графическими представлениями этих функций и их свойств.

Систематическое и целенаправленное использование электронных средств обучения, позволяющее эффективно демонстрировать свойство динамичности изучаемых математических объектов помогает учащимся понять, как графические интерпретации этих объектов видоизменяются по мере изменения аналитического задания функции. Для установления связей между аналитическим и графическим способом задания функции учащиеся могут выполнять задачи на определение аналитического задания математического объекта по его графическому представлению, обратные задачи, определение графического представления математического объекта по его аналитическому представлению. Эти виды математической деятельности оказываются важными в решении задач на использование свойств тригонометрических функций, таких как ограниченность, наличие асимптот к графику и др. Однако, необходимо отметить, что современные учебники содержат не мало таких задач, но с использованием математического программного обеспечения решение данных заданий упрощается. Также стоит отметить, что при использовании данного обеспечения привлекается большая часть аудитории.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Будовская Л.М., Тимонин В.И. Методические указания по выполнению лабораторных работ по численным методам: решение дифференциальных уравнений // М, МГТУ им. Н.Э. Баумана – 2013. – С. 91 – 128.
2. Марушенко Л.Ю. Организация учебной деятельности учащихся 9 - 11 классов, направленной на подготовку формирования понятий тригонометрические уравнения и неравенства // М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана – 2010. – С. 87 – 115.
3. Михайлова Т.А. «Методические указания по выполнению лабораторных работ по численным методам: решение уравнений и систем в среде MathCad» // – М., МГТУ им. Н.Э. Баумана – 2012. – С. 245 – 319.
4. Молотова Б.Б. Численные методы // М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана – 2002. – С. 311 – 392.
5. Мордкович В.Ф. Методика использования электронных образовательных ресурсов при изучении тригонометрии как средства повышения уровня осознанности знаний. Диссертация на соискание ученой степени кандидата педагогических наук // СПб. – 2009. – С. 185 – 217.
6. Поршнева С.В. Методические проблемы изучения тригонометрии в общественной школе // СПб.:Петербург – 2005. – С. 301 – 361.
7. Рагулина М.И. Информационные технологии в математике // М.: Академия – 2008. – С. 82 – 112.
8. Ракитин В.И. Основные понятия математики и математические определения // М.: ФИЗМАТЛИТ – 2005. – С. 152 – 169.
9. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы // М.: Наука – 1989. – С. 259 – 301.

UDC 004.4

### ON THE POSSIBILITIES OF APPLYING MATHEMATICAL SOFTWARE TO SOLVING TRIGONOMETRIC EQUATIONS AND INEQUALITIES

@ 2023 K.I. Bykova, E.A. Evsyukova

*Voronezh State Pedagogical University*

*86 Lenin Street, Voronezh, 394043, Russian Federation.*

#### Annotation

*Trigonometric equations and inequalities are one of the most difficult sections of the school mathematics course, when studying which students and teachers, as a rule, face a number of difficulties. This article discusses some of the difficulties often encountered by students in the process of studying trigonometric material, as well as the possibilities of using mathematical software to solve trigonometric equations and inequalities.*

**Keywords:** *trigonometric equations and inequalities, electronic educational resources, electronic learning tools.*

## REFERENCES

1. Budovskaya L.M., Timonin V.I. Methodological guidelines for performing laboratory work on numerical methods: solving differential equations // M, Bauman Moscow State Technical University – 2013. – pp. 91 – 128.
2. Marushenko L.Yu. Organization of educational activities of students of grades 9 - 11 aimed at training formation of concepts of trigonometric equations and inequalities // Moscow: Publishing House of Bauman Moscow State Technical University - 2010. – pp. 87 – 115.
3. Mikhailova T.A. "Methodological guidelines for performing laboratory work on numerical methods: solving equations and systems in MathCad" // – M., Bauman Moscow State Technical University – 2012. – pp. 245 – 319.
4. Molotov B.B. Numerical methods // M.: Publishing House Bauman Moscow State Technical University – 2002. – pp. 311-392.
5. Mordkovich V.F. Methodology of using electronic educational resources in the study of trigonometry as a means of increasing the level of awareness of knowledge. Dissertation for the degree of Candidate of Pedagogical Sciences // St. Petersburg. – 2009. – pp. 185 – 217.
6. Porshnev S.V. Methodological problems of studying trigonometry in a public school // St. Petersburg: Petersburg – 2005. – pp. 301 – 361.
7. Ragulina M.I. Information technologies in mathematics // Moscow: Academy – 2008. – pp. 82 – 112.
8. Rakitin V.I. Basic concepts of mathematics and mathematical definitions // M.: FIZMATLIT – 2005. – pp. 152 – 169.
9. Samarskiy A.A., Gulin A.V. Numerical methods // M.: Nauka – 1989. – pp. 259 – 301.